**Pavel Obdržálek, LA II**

**6)** *Zadání:* Spočítejte $\det(A)$ pro čtvercovou matici $A$ řádu $n$ s prvky $a_{ij} = (-1)^{|i-j|}$ pro $i \neq j$, a $a_{ij} = 2$ pro $i = j$.

**6)** *Vypracování:* Mějme matici $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ s danými vlastnostmi. Pokud budeme chtít zjistit determinant $A$, pak víme, že tento se nejlépe získá z trojúhelníkového tvaru (potom determinantem bude produkt prvků na hlavní diagonále). Pokusíme se ji na tento tvar převést.

Z posledního řádku vytvoříme postupnými výměnami řádek první, přičemž při každé výměně platí, že $\det(A') = -\det(A)$.

Pro $n$ liché:

> Proběhne sudý počet výměn a odtud $\det(A') = \det(A)$. Prvním prvkem nového prvního řádku je 1.

Pro $n$ sudé:

> Proběhne lichý počet výměn a odtud $\det(A') = -\det(A)$. Víme, že vynásobením řádku koeficientem získáváme $\det(A') = \alpha \det(A)$. Vynásobíme proto nový první řádek $-1$, čímž získáme $\det(A') = \det(A)$. Prvním prvkem nového prvního řádku je 1.

Při přičtení jednoho řádku (nebo jeho násobku) k jinému se determinant nemění. Provedeme tedy algoritmus:

```
přičti -1 násobek 1. řádku ke všem řádkům;
for (i = 1; i <= n; i++)

    přičti 1 násobek i-tého řádku k (i+i). řádku, je-li (i+i). lichý;

    přičti -1 násobek i-tého řádku k (i+i). řádku, je-li (i+i). sudý;

end;
```

Tímto se nám na hlavní diagonále tvoří 1, pod ní 0. V posledním sloupci pak máme posloupnost $(-1)^{i+1}(2 + i - 1)$ pro lichá $n$ resp. $(-1)^{i}(2 + i - 1)$ pro sudá $n$.

Odtud můžeme jednoduše zjistit, že $\det(A) = (1)^{n-1}(n + 1) = n + 1$.